Limit

Pertemun 11

Copyright © March 2024

definisi

Secara umum definisi limit adalah nilai hampiran suatu variable oleh bilangan real. Jika nilai fungsi f(x) mendekati satu bilangan real L untuk x mendekati a dan $x \neq a$, maka L merupakan limit fungsi f(x) di x = a dan dinyatakan dengan:

$$\lim_{x \to a} f(x) = L \; atau \; jika \; x \to a, maka \; f(x) \to L$$

$$\lim_{x \to a} f(x) = L \; dibaca \; "limit \; f(x) \; untuk \; mendekati \; a \; adalah \; L$$

Perlu untuk diperhatikan bahwa:

1. $x \to a$ dipahami sebagai x mendekati a dan bukan berarti x = a
2. $\lim_{x \to a} f(x) = L$ berarti adalah limit fungsi dari f(x) danbukan merupakan nilai fungsi f(x)

Copyright © March 2024

Contoh:

Misalkan diketahui f(x)=3x+1. limit dari f(x) saat x mendekati 2 (baik dari kiri dan kanan) dapat dituliskan $\lim_{x \to 2} = 3x + 1$

Jawab:

X	1,9	1,99	1,999	1,9999	...	2	2,0001	2,001	2,01	2,1
F(X)	6,7	6,97	6,997	6,9997	...	7	7,0003	7,003	7,03	7,3

Dari table diatas dapat dilihat bahwa f(x) menuju 7 saat x mendekati 2 baik dari kiri maupun kanan. Karena limit kiri dan kanan ada dan bernilai samam maka limit f(x) 3x+1 di x = 2 ada. Dengan demikian

$$\lim_{x \to 2}(3x + 1) = \lim_{x \to 2^-}(3x + 1) = \lim_{x \to 2^+}(3x + 1) = 7$$

Copyright © March 2024

Cara menghitung limit fungsi

Untuk menghitung limit fungsi kita dapat menggunakan beberapa cara diantaranya:

1. Substitusi langsung

   contoh: $\lim_{x \to 1} = 7x - 4 = 7(1) - 4 = 3$

2. Pemfaktoran

   contoh: $\lim_{x \to 3} = \frac{x^2-9}{x-3} = \lim_{x \to 3} = \frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)} = \lim_{x \to 1} = (\mathrm{x} + 3) = 3 + 3 = 6$

3. Perkalian factor sekawan

$$\lim_{x \to 4} = \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} = \lim_{x \to 4} = \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} x \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+2} \quad = \lim_{x \to 4} = \frac{(x-4)(\sqrt{x}+2)}{x-4} = \lim_{x \to 4} = \sqrt{x}+2$$

$$\lim_{x \to 4} = \sqrt{4} + 2 = 2 + 2 = 4$$

Copyright © March 2024

Kaidah-kaidah limit

1. $\lim_{x \to a} k = k$ contoh: $\lim_{x \to 0} 5 = 5$
2. $\lim_{x \to a} x = a$ contoh: $\lim_{x \to 3} x = 3$
3. $\lim_{x \to a} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) \pm \lim_{x \to a} g(x)$

   contoh: $\lim_{x \to 3} (3x^2 + 5x - 7) = \lim_{x \to 3} 3x^2 + \lim_{x \to 3} 5x - \lim_{x \to 3} 7$

   $= 3(3)^2 + 5(3) - 7 = 27 + 15 - 7 = 35$
4. $\lim_{x \to a} [f(x).g(x)] = \lim_{x \to a} f(x). \lim_{x \to a} g(x)$

   contoh: $\lim_{x \to 3} (2x)(x)^2 = \lim_{x \to 3} (2x). \lim_{x \to 3} (x)^2 = 2(3).(3)^2 = 6\ x\ 9 = 54$

Copyright © March 2024

Kaidah-kaidah limit

5. $\lim\limits_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim\limits_{x \to a} f(x)}{\lim\limits_{x \to a} g(x)}$; $\lim\limits_{x \to a} g(x) \neq 0$

   contoh: $\lim\limits_{x \to 1} \frac{5x+1}{3x-1} = \frac{\lim\limits_{x \to a} 5x+1}{\lim\limits_{x \to a} 3x-1} = \frac{5(1)+1}{3(1)-1} = \frac{6}{2} = 3$

6. $\lim\limits_{x \to a} kf(x) = k \lim\limits_{x \to a} f(x)$

   contoh: $\lim\limits_{x \to 3} 2x^2 = 2 \lim\limits_{x \to a} x^2 = 2(3)^2 = 2\ x\ 9 = 18$

7. $\lim\limits_{x \to a} [f(x)]^2 = [\lim\limits_{x \to a} f(x)]^2$

   contoh: $\lim\limits_{y \to 2} (3y)^2 = (\lim\limits_{y \to 2} 3y)^2 = (3.2)^2 = 36$

8. $\lim\limits_{x \to a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim\limits_{x \to a} f(x)}$; $\lim\limits_{x \to a} f(x) > 0$

   contoh: $\lim\limits_{x \to 2} \sqrt[3]{5x} = \sqrt[3]{\lim\limits_{x \to 2} 5x} = \sqrt[3]{5(2)} = \sqrt[3]{10}$

Copyright © March 2024

Kontinuitas

Kontinuitas pengertian dalam kamus yaitu tidak terputus atau sinambung.

Suatu fungsi f(x) dikatakan kontinu dititik x = a, jika f(x = a) ada.

Suatu fungsi dikatakan kontinu pada interval 1 jika untuk setiap titik interval nilai fungsi f(x) ada

Suatu fungsi y = f(x) dikatakan kontinu di titik x = c, jika:

a. f(x = c) ada

b. $\lim_{x \to c} f(x) ada$

c. $\lim_{x \to c} f(x = c) ada$

Copyright © March 2024

Jika p(x) dan q(x) polynomial, maka:

$$\lim_{p \to c} p(x) = p(c) \qquad \lim_{x \to c} q(x) = q(c)$$

$$\lim_{x \to c} \frac{p(x)}{q(x)} = \frac{p(c)}{q(c)}; q(c) \neq 0$$

Contoh:

Apakah fungsi rasional berikut kontinu di titik x = 3

$$f(x) = \frac{x+1}{x-2}$$

f(3)= (3 + 1) / (3 - 1) = 4

$$\lim_{x \to 3} \frac{x+1}{x-2} = \frac{3+1}{3-2} = 4$$

f(x) = f(x = 3) = 4

Fungsi f(x) = (x + 1) / (x - 1) kontinu di titik x =3

Copyright © March 2024

Limit dan tak hingga

Bilangan e (e = 2,718282…)

Perhatikanlah bilangan :

$$(1+\frac{1}{n})^n$$

$$\lim_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})^n = e$$

$$(1+n)^{1/n}$$

$$\lim_{n\to 0}(1+n)^{1/n} = e$$

Copyright © March 2024