FUNGSI LINIER dan Penerapannya

Pertemuan 5

Copyright © March 2024

Koordinat kartesius

Koordinat merupakan pasangan bilangan yang digunakan untuk menentukan letak suatu titik dalam suatu garis, bidang, maupun ruang.

Sistem koordinat kartesius memiliki dua sumbu, yakni:

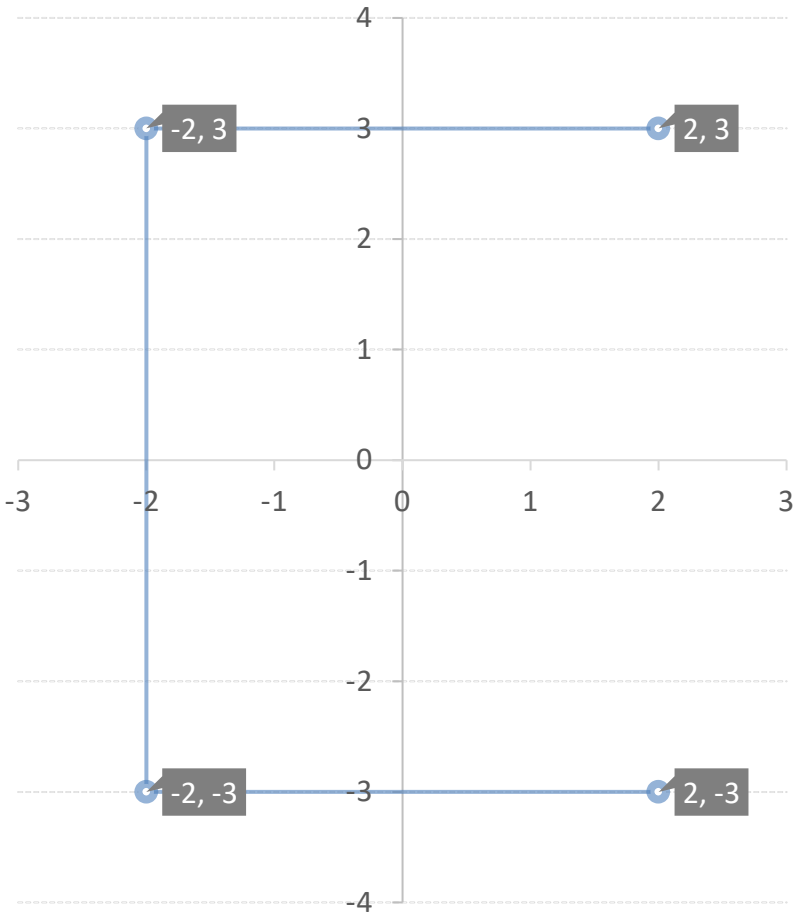
1. Sumbu mendatar (horizontal) yang disebut sumbu X atau absis
2. Sumbu tegak (vertical) yang disebut sumbu Y atau ordinat

Copyright © March 2024

Contoh 1

Tentukan letak titik

A(2 , 3), B(-2,3), C(-2,-3) dan (2,-3) pada system koordinat kartesius!



Copyright © March 2024

Contoh 2

Tentukanlah jarak antara titik A(-1,1) dan titik B(3,4)

Untuk menentukan jarak dari titik A ke titik B atau panjang AB, kita menggunakan teorema Pythagoras

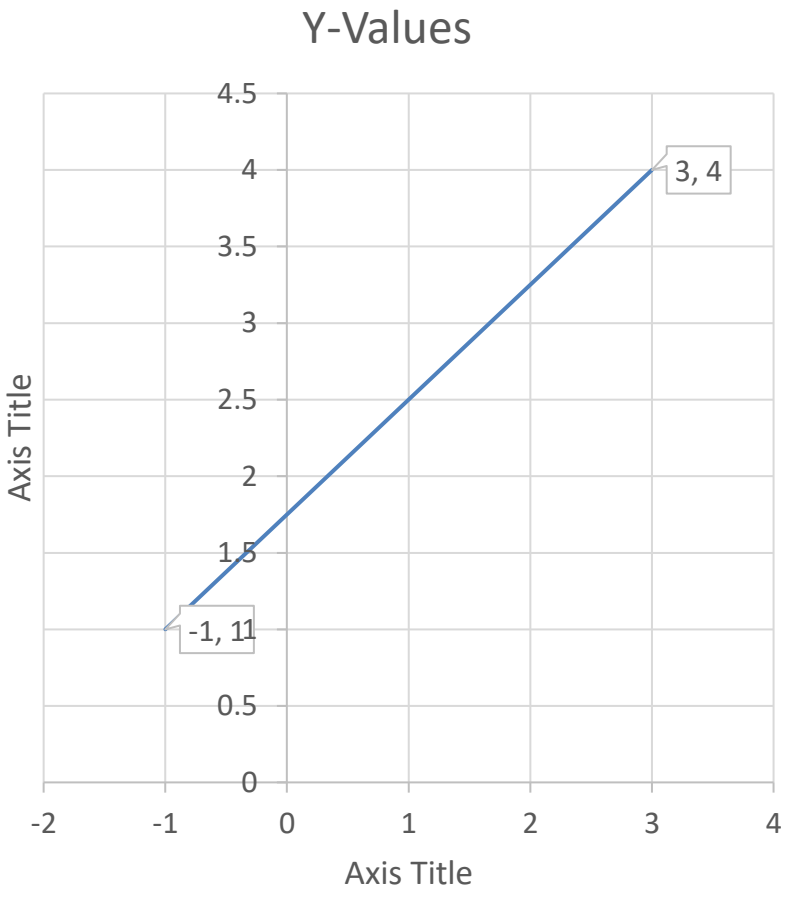
$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2}$$

$$AB = \sqrt{4^2 + 3^2}$$

$$AB = \sqrt{16 + 9}$$

$$AB = \sqrt{25}$$

$$AB = 5$$



Copyright © March 2024

relasi

Relasi dapat diartikan hubugan. Dalam matematika relasi memiliki pengertian yang lebih khusus. Relasi dari himpunan A ke himpunan B adalah suatu hubungan atau kaitan yang memasangkan anggota-anggota himpunan A dengan anggota-anggota himpunan B

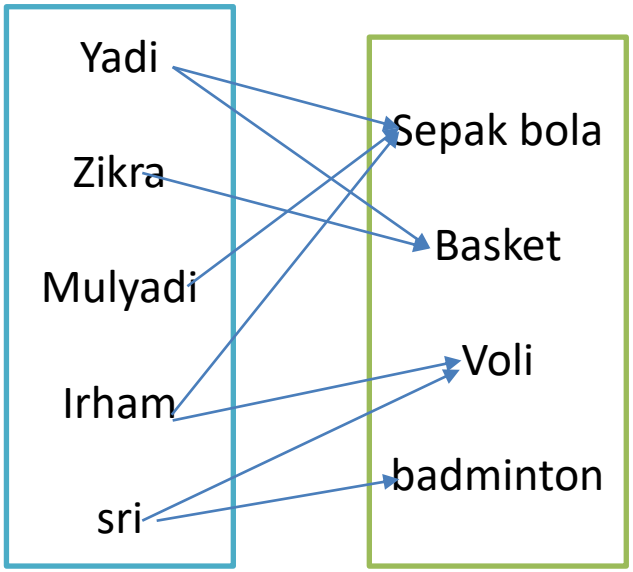
Misalkan terdapat sekumpulan mahasiswa

Yang bernama yadi, zikra, mulyadi, irham, dan sri. Setiap mahasiswa memiliki kegemaran berolah raga masing-masing. Yadi gemar berolahraga sepak bola dan basket, zikra gemar basket, mulyadi gemar sepak bola irham gemar voli dan sepak bola serta sri gemar voli dan badminton. Dalam hal ini kata ‘gemar berolahraga’ merupakan relasi yang menghubungkan himpunan mahasiswa dan himpunan jenis olahraga

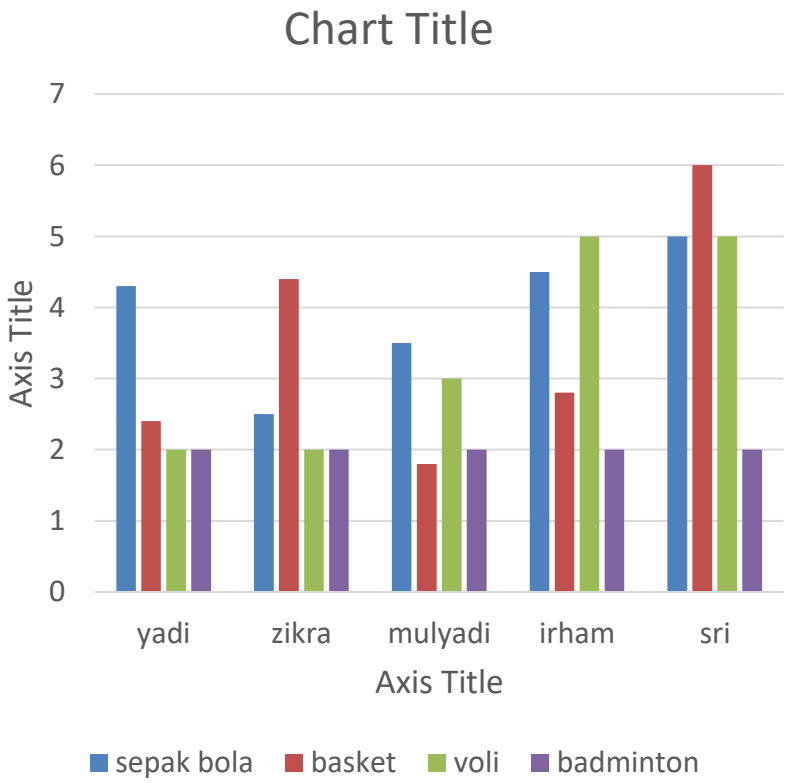
Copyright © March 2024

Cara menyatakan suatu relasi

Dengan panah



Dengan kartesius



Copyright © March 2024

fungsi

Fungsi konsep merupakan salah satu konsep yang penting dalam matematika. Banyak permasalahan sehari-hari yang tanpa disadari menggunakan konsep ini. Fungsi disebut juga pemetaan

Suatu fungsi g di definisikan sebagai $g(x) = 2x^2 - 5x + 4$. tentukanlah nilai fungsi untuk x =1 dan x =-2

Substitusi nilai x = 1 ke fungsi g, sehingga diperoleh:

$$g(x) = 2x^2 - 5x + 4$$
$$g(x) = 2(1)^2 - 5(1) + 4$$
$$g(x) = 2 - 5 + 4 = 1$$

Substitusi nilai x = -2 ke fungsi g, sehingga diperoleh:

$$g(x) = 2x^2 - 5x + 4$$
$$g(x) = 2(-2)^2 - 5(-2) + 4$$
$$g(x) = 2(4) + 10 + 4 = 22$$

Copyright © March 2024

Menyatakan suatu fungsi

Contoh:

Misalkan diketahui A = {1,2,3,4,5} dan B = {1,2,3,4,5,6,7}. Suatu fungsi f: A B dinyatakan f(x) = x + 1, maka diperoleh

Untuk x = 1 diperoleh f(1) = 1 + 1 = 2

Untuk x = 2 diperoleh f(1) = 1 + 1 = 3

Untuk x = 3 diperoleh f(1) = 1 + 1 = 4

Untuk x = 4 diperoleh f(1) = 1 + 1 = 5

Untuk x = 5 diperoleh f(1) = 1 + 1 = 6

Kita dapat menyatakan fungsi tersebut dalam 3 cara

Copyright © March 2024

a. Diagram panah

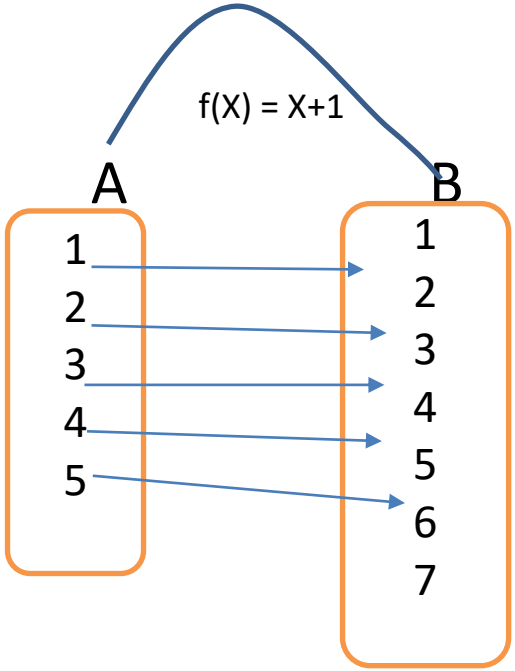
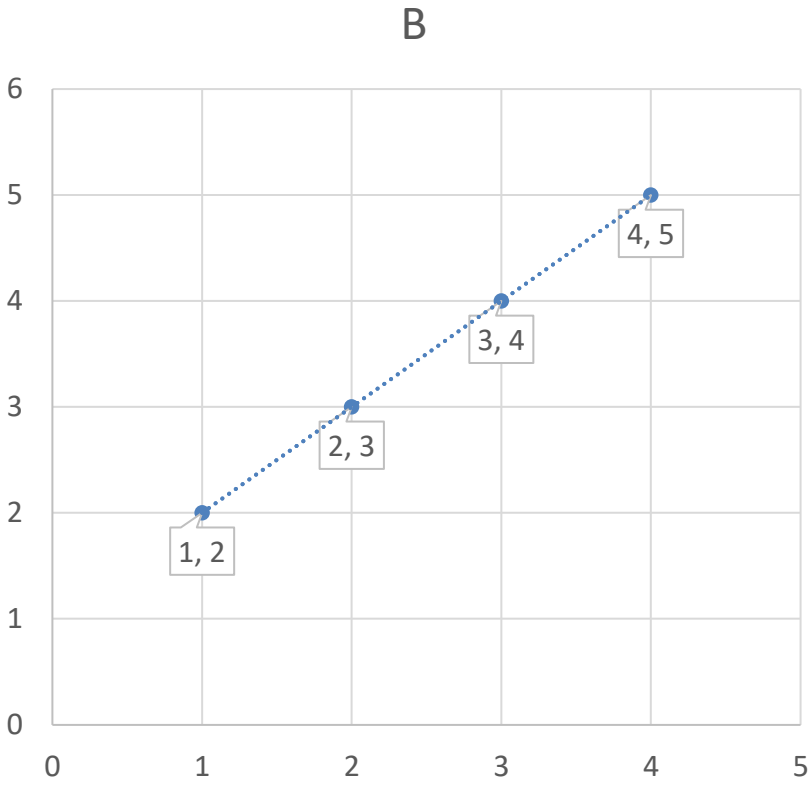


DIAGRAM kartesius



Copyright © March 2024

Menentukan rumus fungsi jika nilainya diketahui

Misalkan fungsi f dinyatakan dengan f: x …ax + b, dengan a dan b konstanta dan x variable. Maka rumus fungsinya adalah f(x) = ax + b, jika nilai variable x = m, maka nilai f(m) = am + b, dengan demikian kita dapat menentukan bentuk fungsi f jika diketahui nilai-nilai fungsinya.

Copyright © March 2024

contoh

Diketahui suatu fungsi linear f(x) = 2x + m. tentukan bentuk fungsi tersebut jika f(3) = 4

Jawab:

F(x) = 2x + m

f(3) = 2(3) + m

4 = 6 + m

m = 4-6

m = -2

Jadi bentuk fungsi linear f(x) = 2x + (-2) = 2x - 2

Copyright © March 2024

Contoh 2

Jika f(x) = ax + b, f(1) = 2, dan f(2) = 1, maka tentukanlah:

a. Bentuk umum fungsi f(x)
b. Nilai f(3)
c. Nilai f(2) + nilai f(-2)
d. Bentuk fungsi f(2x – 5)

Jawab:

a. Menentukan bentuk umum fungsi f(x) = ax + b

f(1) = a(1) + b = a + b = 2 …… (1)
f(2) = a(2) + b = 2a + b = 1 …… (2)

Berdasarkan persamaan (1) diperoleh:

a + b = 2
b = 2 – a …..(3)

Substitusikan persamaan (3) pada persamaan (2), diperoleh:

2a + b = 1
2a + (2 - a) = 1
2a – a = 1 – 2
a = -1

Substitusikan nilai a ke persamaan (3) akan diperoleh nilai b.

b = 2 – a
b = 2 – (-1)
b = 3

Karena a = -1 dan b = 3 maka fungsinya menjadi f(x) = ax + b

f(x) = -1(x) +3
f(x) = -x + 3

b. f(3) = -(3) + 3 = 0
c. f(2) = -(2) +3 = 1
f(-2) = -(-2) + 3
f(-2) = 2 + 3 = 5
f(2) + f(-2) = 1 + 5 = 6

d. f(2X-5) = -(2x-5) + 3
f(2x-5) = -2x + 5 + 3
f(2x-5) = -2x + 8

Copyright © March 2024

Gradien

Gradien atau kemiringan adalah s=bilangan yang menunjukkan arah dan kecuraman garis tersebut. Gradien diberi notasi m. arah dari garis bias saja meningkat, menurun, horizontal , atau vertical

1. Garis meningkat ketika nilai m bernilai positif
2. Garis menurun ketika nilai m bernilai negative
3. Garis horizontal ketika m bernilai nol
4. Garis vertical ketika m tidak terdefinisikan

Gradien persamaan garis $ax + by + c = 0$ adalah $m = -a/b$ yang diperoleh dengan cara:

$$ax + by + c = 0$$

$$by = -ax - c$$

$$y = -a/bx - c/b$$

Copyright © March 2024

contoh

Tentukan gradient dari setiap fungsi di bawah ini:

a. Y = 6 – ¼ x,,, maka m = -1/4

b. 3y = 9x – 12

y = 3x – 4

Jadi, m = 3

c. 2x + 5y = 0

5y = -2x

y = -2/5 x

jadi, m = -2/5

Copyright © March 2024

Gradien garis-garis yang saling sejajar

Jika garis y1 = m1x + c sejajar dengan garis y2 = m2 + c, maka gradient kedua garis tersebut sama atau m1 = m2

Periksalah kedudukan garis y = 2x + 3 dengan x – 1/2y = 10

Jawab:

Garis y = 2x+3 berbentuk y = mx + c sehingga gradient garisnya m1 = 2

Selanjutnya kita mencari gradient garis x – ½ y = 10

-1/2y = 10 – x

y = -x/-1/2 + 10

y = 2x + 10

m1 = m2 = 2, maka garis garis y = 2x + 3 dengan x – 1/2y = 10

sejajar

Copyright © March 2024

Persamaan garis melalui suatu titik (x1,y1) dan gradien

Rumus

y - y1 = m(x – x1)

Contoh:

Tentukanlah persamaan garis yang melalui titik (4,-5) dan mempunyai gradien -1/2

Jawab“:

y - y1 = m(x – x1)

y - (-5) = -1/2(x – 4)

y + 5 = -1/2x +2

y = -1/2x + 2 – 5

Y = -1/2x - 3

Persamaan garis melalui dua titik sebarang

Rumus

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

Contoh: Tentukan persamaan garis yang melalui titik (1,3) & (4,6).

Jawaban

Misal: $(X_1,Y_1) = (1,3)$ dan $(X_2,Y_2) = (4,6)$, maka

$$\frac{y - 3}{6 - 3} = \frac{x - 1}{4 - 1}$$

$$\frac{y - 3}{3} = \frac{x - 1}{3}$$

3(x-1) = 3(y-3)

3x – 3 = 3y – 9

3x = 3y – 9 + 3

3y = 3x + 9 – 3

3y = 3x + 6

y = x + 2

Copyright © March 2024

Persamaan garis melalui titik (x1,y1) dan sejajar dengan garis y = mc + c

Persamaan suatu garis yang melalui titik (x1,y1) dan sejajar garis y = mc + c adalah sebagai berikut:

$$y - y_1 = m\,(x - x_1)$$

Contoh: tentukanlah persamaan garis yang melalui titik (2,5) dan sejajar dengan garis 3x + 2y = 6!

Jawab:

Gradien garis 3x + 2y = 6 adalah $m_1 = -\frac{3}{2}$

Persamaan garis yang akan dicari sejajar dengan garis 3x + 2y = 6 sehingga gradiennya $m_1 = -\frac{3}{2}$

Copyright © March 2024

Persamaan garis melalui titik (x1,y1) dan sejajar dengan garis y = mc + c

Persamaan garis melalui titik (2,5) dan bergradien $m_1 = -\frac{3}{2}$ adalah

$$y - y_1 = m\,(x - x_1)$$

$$y - 5 = -\frac{3}{2}\,(x - 2)$$

$$y - 5 = -\frac{3}{2}x + 3$$

$$y = -\frac{3}{2}x + 3 + 5$$

$$y = -\frac{3}{2}x + 8$$

Jadi persamaan garis yang melalui titik (2,5) dan sejajar dengan garis 3x + 2y = 6 adalah $y = -\frac{3}{2}x + 8$

Copyright © March 2024

Persamaan garis yang melalui titik (x1,y1) dan tegak lurus dengan garis y = mc + c

Persamaan suatu garis yang melalui titik (x1,y1) dan tegak lurus garis y = mc + c adalah sebagai berikut:

$$y - y_1 = -\frac{1}{m}(x - x_1)$$

Contoh: tentukanlah persamaan garis yang melalui titik (3,4) dan tegak lurus dengan garis 4x + 2y - 5 = 0

Jawab:

Gradien garis 4x + 2y - 5 = 0 adalah $m_1 = -2$

Persamaan garis yang akan dicari tegak lurus dengan garis 4x + 2y - 5 = 0 sehingga gradiennya $m_1 = -2$

Copyright © March 2024

Persamaan garis yang melalui titik (x1,y1) dan tegak lurus dengan garis y = mc + c

Persamaan garis melalui titik (3,4) dan bergradien $m_1 = -2$ adalah

$$y - y_1 = -\frac{1}{m}(x - x_1)$$

$$y - 4 = -\frac{1}{(-2)}(x - 3)$$

$$y - 4 = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} + 4$$

$$y = \frac{1}{2}x + 5\frac{1}{2}$$

Jadi persamaan garis yang melalui titik (3,4) dan tegak lurus dengan garis 4x + 2y – 5 = 0 adalah $y = \frac{1}{2}x + 5\frac{1}{2}$

Copyright © March 2024

Menentukan koordinat titik potong dua garis

Kedudukan dua garis pada bidang di antaranya adalah sejajar dan berpotongan. Dua garis yang sejajar tidak akan pernah berpotongan di satu titik, sebaliknya dua garis yang saling tegak lurus pasti berpotongan di satu titik.

Jika $y_1 = m_1x + c_1$ dan $y_2 = m_2x + c_2$ adalah persamaan dua garis yang tidak saling sejajar (berpotongan), mK titik potongnya dapat dicari dengan menyelesaikan persamaan $m_1x + c_1 = m_2x + c_2$. nilai x yang telah diperoleh selanjutnya distubtitusikan pada salah satu persamaan untuk mendapatkan nilai y

Copyright © March 2024

contoh

Carilah koordinat titik potong garis x + y = 5 dan y = 2x – 1

Jawab:

$x + y = 5 \sim y = 5 - x$ …… (1)

y = 2x – 1 …… (2)

Berdasarkan persamaan (1) dan (2), Diperoleh:

5 – x = 2x – 1

2x + x = 5 + 1

3x = 6

x = 6/2

x = 3

Substitusikan x = 2 ke salah satu persamaan, misalnya persamaan (2)

Sehingga diperoleh:

y = 2x – 1

y = 2(2) – 1

y = 4 – 1

y = 3

Jadi koordinat titik potong (x,y) = (2,3)

Copyright © March 2024

Latihan 1.a

Tentukan persamaan garis yang melalui titik (3,0) & (4,4).

Jawaban

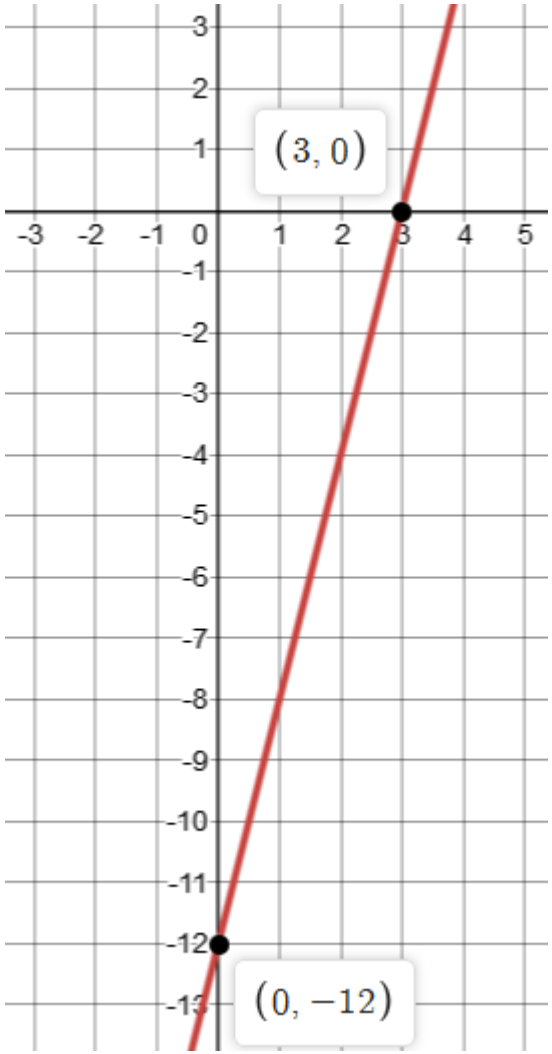
Misal: $(X_1,Y_1) = (3,0)$ dan $(X_2,Y_2) = (4,4)$ maka

$$\frac{Y - Y_1}{X - X_1} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

$$\frac{Y - 0}{X - 3} = \frac{4 - 0}{4 - 3}$$

$$1(Y - 0) = 4(X - 3)$$

$$Y = 4X - 12$$



Copyright © March 2024

Latihan 1.b

Tentukan persamaan garis yang melalui titik (2,2) & (3,6).

Jawaban

Misal: $(X_1,Y_1) = (3,0)$ dan $(X_2,Y_2) = (4,4)$ maka

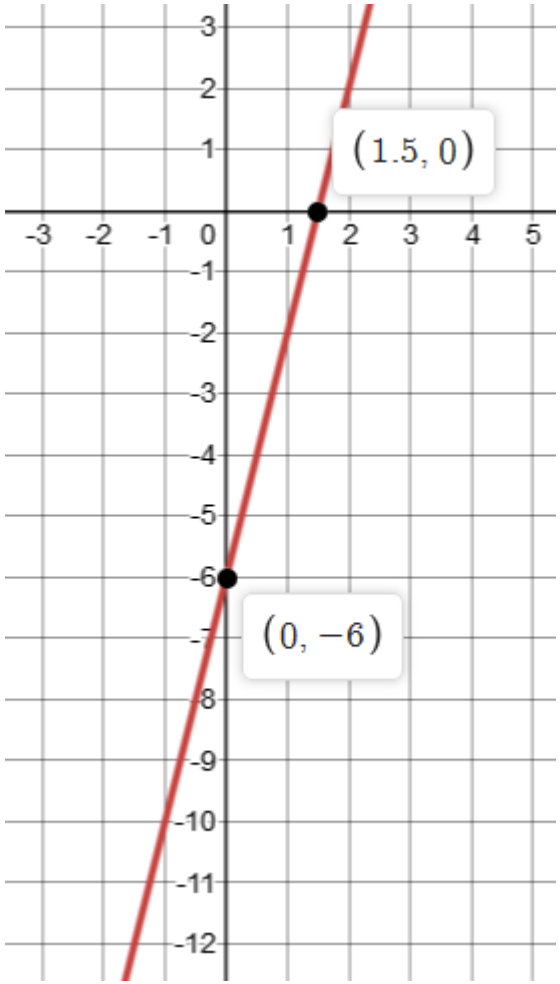
$$\frac{Y - Y_1}{X - X_1} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

$$\frac{Y - 2}{X - 2} = \frac{6 - 2}{3 - 2}$$

$$1(Y - 2) = 4(X - 2)$$

$$Y - 2 = 4X - 8$$

$$Y = 4X - 6$$



Copyright © March 2024

Latihan 3.a

Tentukan penyelesaian dari sistem persamaan linier:

$$-3x_1 + 2x_2 = 1 \quad \ldots \quad (i)$$
$$8x_1 - 4x_2 = 8 \quad \ldots \quad (ii)$$

Jawaban

Eliminasi x_2 dengan langkah 2×(i) + (ii) sebagai berikut:

$$-6x_1 + 4x_2 = 2$$
$$8x_1 - 4x_2 = 8$$
$$\text{----------} +$$
$$2x_1 = 10$$
$$x_1 = 5$$

Substitusi $x_1 = 5$ ke persamaan (i) untuk memperoleh nilai x_2

$$-3(5) + 2x_2 = 1$$
$$-15 + 2x_2 = 1$$
$$2x_2 = 16$$
$$x_2 = 8$$

Copyright © March 2024

Latihan 3.b

Tentukan penyelesaian dari sistem persamaan linier:

$x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 3$ ... (i)

$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 10$ ... (ii)

$2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 14$ ... (iii)

Jawaban

Eliminasi x_1 dengan langkah 3×(i) – (ii) dan 2×(i) – (iii) :

$3x_1 + 12x_2 - 6x_3 = 9$

$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 10$

---------- –

$10x_2 - 7x_3 = -1$ ... (iv)

$2x_1 + 8x_2 - 4x_3 = 6$

$2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 14$

---------- –

$5x_2 - 6x_3 = -8$ ... (v)

Eliminasi x_2 dengan langkah (iv) – 2×(v) :

$10x_2 - 7x_3 = -1$

$10x_2 - 12x_3 = -16$

---------- –

$5x_3 = 15 \rightarrow x_3 = 3$

$x_3 = 3 \rightarrow$ (iv) $\rightarrow x_2 = 2$

$x_2 = 2$ & $x_3 = 3 \rightarrow$ (i) $\rightarrow x_1 = 1$

Copyright © March 2024

Latihan 3.c

Tentukan penyelesaian dari sistem persamaan linier:

$x + y + 2z = 4$ ... (i)

$3x + 5y + z = 0$ ... (ii)

$5x + 4y + 3z = 7$ ... (iii)

Jawaban

Eliminasi x dengan langkah 3×(i) – (ii) dan 5×(i) – (iii) :

$3x + 3y + 6z = 12$

$3x + 5y + z = 0$

---------- –

$-2y + 5z = 12$ ... (iv)

$5x + 5y + 10z = 20$

$5x + 4y + 3z = 7$

---------- –

$y + 7z = 13$ ... (v)

Eliminasi y dengan langkah (iv) + 2×(v) :

$-2y + 5z = 12$

$2y + 14z = 26$

---------- +

$19z = 38 \rightarrow z = 2$

$z = 2 \rightarrow$ (v) $\rightarrow y = -1$

$y = -1$ & $z = 2 \rightarrow$ (i) $\rightarrow x = 1$

Copyright © March 2024

Fungsi Permintaan

Bentuk sederhana fungsi permintaan

$$Q_d = f(P_d)$$
$$Q_d = a - bP_d$$

atau

$$P_d = \frac{a - Q_d}{b} = -\frac{1}{b}(-a + Q_d)$$

Dengan:

$Q_d = jumlah\ barang\ atau\ jasa\ yang\ diminta\ (quantity\ of\ goods)$
$P_d = harga\ barang\ atau\ jasa\ yang\ diminta\ (price)$

a = konstanta

b = koefisien (b bertanda negative karena harga dan jumlah barang atau jasa yang diminta mempunyai hubungan negatif

Copyright © March 2024

Fungsi permintaan sederhana

Fungsi permintaan sederhana dapat dituliskan dalam berbagai bentuk berikut:

1. Fungsi eksplisit: $Q = f(P)$, misalnya $Q = 100 - 2P$
2. Fungsi invers: $P = g(Q)$, misalnya $P = 50 - \frac{1}{2} Q$
3. Fungsi Implisit: $h(P,Q) = 0$, misalnya $20 - 2P - Q = 0$

Copyright © March 2024

contoh

Bila harga kue Rp.600,- maka jumlah kue yang akan dibeli sebanyak 50 kue. Kemudian bila harga kue naik menjadi Rp.1000,- jumlah kue yang diminta menjadi 30 kue.

Tentukanlah:

a. Fungsi permintaannya
b. Banyaknya kue yang akan dibeli jika harganya Rp.800,-
c. Pada harga Berapakah kue tersebut dibeli sebanyak 70 kue
d. Gambarkan grafiknya

Copyright © March 2024

contoh

a. $Diketahui\ P_1 = 600, Q_1 = 50, P_2 = 1.000, dan\ Q_2 = 30$, fungsi permintaan dapat diperoleh dengan menggunakan persamaan garis yang melalui dua titik:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

Dengan mengganti x dengan Q dan y dengan P, diperoleh:

$$\frac{P - P_1}{P_2 - P_1} = \frac{Q - Q_1}{Q_2 - Q_1}$$

Selanjutnya kita substitusikan nilai-nilai yang telah diketahui

$$\frac{P - 600}{1000 - 600} = \frac{Q - 50}{30 - 50}$$

Copyright © March 2024

contoh

$$\frac{P - 600}{400} = \frac{Q - 50}{-20}$$

-20(P - 600) = 400(Q - 50)

-20P +12000 = 400Q - 20000

-20P = 400Q -20000 - 12000

-20P = 400Q -32000

-P = 20Q - 1600

P = -20Q + 1600

Atau

20Q = 1600 - P

Q = 80 - 1/20 P

Copyright © March 2024

contoh

b. Banyaknya kue yang akan dibeli jika harganya (P) = 800

$Q = 80 - 1/20\ P$

$Q = 80 - 1/20(800)$

$Q = 80 - 40$

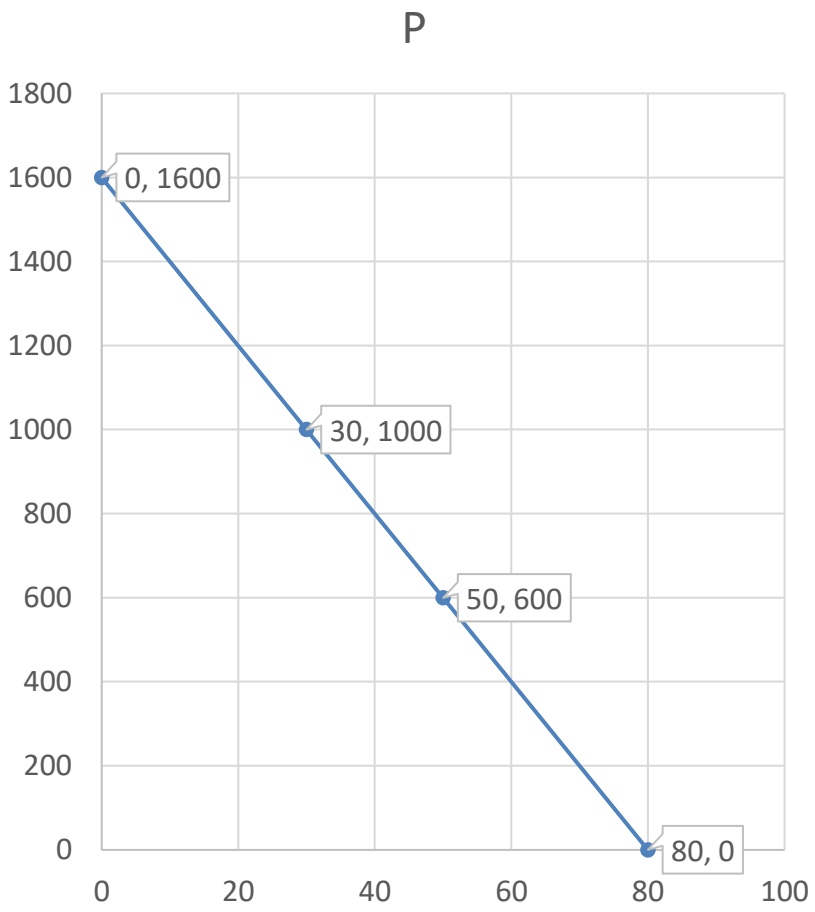
$Q = 40$

c. $P = -20Q + 1600$

$P = -20\ (70) + 1600$

$P = -1400 + 1600$

$P = 200$



Copyright © March 2024

Fungsi Penawaran

Bentuk sederhana fungsi permintaan

$$Q_s = f(P_s)$$
$$Q_s = -a + bP_s$$

atau

$$P_s = \frac{a + Q_s}{b} = \frac{1}{b}(a + Q_s)$$

Dengan:

$Q_d = jumlah\ barang\ atau\ jasa\ yang\ ditawarkan$
$P_d = harga\ barang\ atau\ jasa\ yang\ ditawarkan$

a = konstanta

b = koefisien (b bertanda positif karena harga dan jumlah barang atau jasa yang ditawarkan mempunyai hubungan positif

Copyright © March 2024

contoh

Pada tingkat harga 50 ribu rupiah, banyaknya barang A yang ditawarkan produsen adalah 150 unit. Sementara itu, pada harga 100 ribu rupiah, baran tersebut ditawarkan sebanyak 350 unit.

Tentukanlah:

a. Fungsi penawarannya
b. Banyaknya barang A yang akan ditawarkan jika harganya 125 ribu rupiah
c. Pada harga Berapakah barang tersebut ditawarkan sebanyak 200 unit
d. Gambarkan grafiknya

Copyright © March 2024

contoh

a. $Diketahui\ P_1 = 50, Q_1 = 150, P_2 = 1.00, dan\ Q_2 = 350,$

$$\frac{P\ -\ P_1}{P_2 - P_1} = \frac{Q\ -\ Q_1}{Q_2 - Q_1}$$

Selanjutnya kita substitusikan nilai-nilai yang telah diketahui

$$\frac{P\ - 50}{100 - 50} = \frac{Q\ - 150}{350 - 150}$$

$$\frac{P\ - 50}{50} = \frac{Q\ - 150}{200}$$

Copyright © March 2024

contoh

200 (P - 50) = 50 (Q - 150)

200P - 10000 = 50Q - 7500

200P = 50Q -7500 + 10000

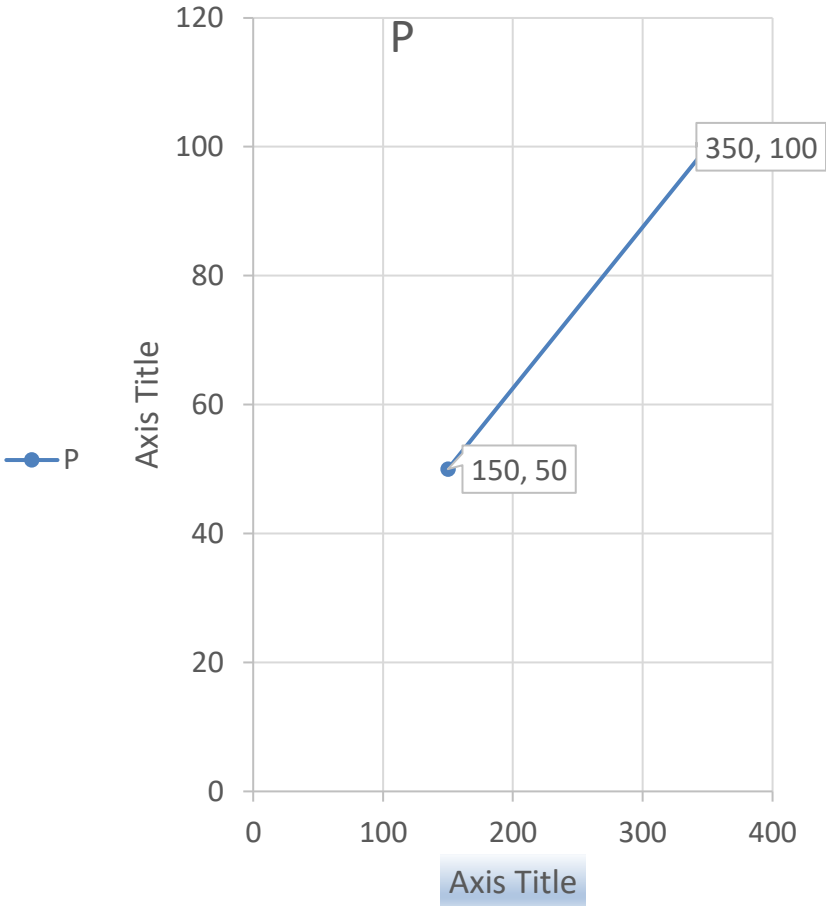
200P = 50Q +2500

P = ¼ Q +12,5

Atau

¼ Q = P - 12,5

Q = 4P - 50



Copyright © March 2024

contoh

c. $Q = 4P - 50$

$Q = 4(125) - 50$

$Q = 500 - 50$

$Q = 450$

Jadi banyaknya barang A yang akan ditawarkan jika harga 125 ribu rupiah adalah 450 unit

d. $P = \frac{1}{4} Q + 12{,}5$

$P = \frac{1}{4} (200) + 12{,}5$

$P = 50 + 12{,}5$

$P = 62{,}5$

Jadi sebanyak 200 unit barang A akan ditawarkan jika harga barang tersebut Rp. 62.500

Copyright © March 2024

Keseimbangan Pasar (Market Equilibrium)

$$Q_d = Q_s \; atau \; P_d = P_s$$

Titik keseimbangan pasar yang diperoleh biasanya disimbolkan dengan (Q_e, P_e)

Contoh:

Diketahui fungsi permintaan $P_d = -\frac{1}{2}Q_d + 800$ dan fungsi Penawaran $P_s = \frac{1}{4}Q_s + 200$

Tentukanlah titik keseimbangan pasar dari kedua fungsi tersebut serta gambarkan kurvanya!

Copyright © March 2024

Jawab

Diketahui $P_d = -\frac{1}{2}Q_d + 800$ dan $P_s = \frac{1}{4}Q_s + 200$

Syarat terjadinya keseimbangan pasar $P_d = P_s$

$$P_d = P_s$$

$$-\frac{1}{2}Q + 800 = \frac{1}{4}Q + 200$$

$$\frac{1}{4}Q + \frac{1}{2}Q = 800 - 200$$

$$\frac{3}{4}Q = 600$$

$$Q = 800$$

Selanjutnya akan dicari P dengan cara substitusi nilai Q = 800 ke salah satu persamaan:

$$P = \frac{1}{4}Q_s + 200 = \frac{1}{4}(800) + 200 = 200 + 200 = 400$$

$$\therefore titik\ keseimbangan\ pasar\ (Q_e, P_e) = (800, 400)$$

Copyright © March 2024

Pengaruh Pajak terhadap Keseimbangan Pasar

Jika pemerintah mengenakan pajak sebesar t per unit terhadap suatu barang atau jasa maka

1. Fungsi Penawaran akan berubah sebelum pajak $S_1 \rightarrow P = f(Q)\ atau\ Q = f(P)$ setelah pajak $S_2 \rightarrow P = f(Q) + t\ atau\ Q = f(P - t)$
2. Titik keseimbangan pasar akan berubah sebelum pajak: $E_1(Q_1, P_1)$ setelah pajak: $E_2(Q_2, P_2)$
3. Kurva Penawaran S_2 bergeser ke atas dan sejajar dengan S_1
4. Pajak per unit yang ditanggung oleh konsumen: $t_k = P_2 - P_1$

Copyright © March 2024

Pengaruh Pajak terhadap Keseimbangan Pasar

Jika pemerintah mengenakan pajak sebesar t per unit terhadap suatu barang atau jasa maka

5. Pajak per unit yang ditanggung oleh produsen: $t_p = t - t_k$
6. Total pajak yang ditanggung oleh konsumen: $T_k = Q_2 . t_k$
7. Total pajak yang ditanggung oleh produsen $T_p = Q_2 . t_p$
8. Total pajak yang diterima pemerintah: $T = Q_2 . t$

Copyright © March 2024

Contoh

Fungsi permintaan suatu barang ditentuka oleh persamaan $P_d = -2Q_d + 30$, sedangkan fungsi penawarannya $P_s = 2Q_s + 6$ apabila pemerintah mengenakan pajak sebesar 4 rupiah per unit terhadap barang tersebut, tentukan:

a. Harga dan jumlah keseimbangan sebelum dan sesudah pajak
b. Kurva permintaan dan Penawaran sebelum dan sesudah pajak
c. Pajak per unit yang ditanggung konsumen dan produsen
d. Total pajak yang ditanggung konsumen dan produsen
e. Total pajak yang diterima pemerintah

Copyright © March 2024

Diketahui: $P_d = -2Q_d + 30$ dan $P_s = 2Q_s + 6$

- Harga dan jumlah keseimbangan sebelum pajak

$$P_d = P_s$$
$$-2Q_d + 30 = 2Q_s + 6$$
$$-2Q - 2Q = 6 - 30$$
$$-4Q = -24$$
$$\mathrm{Q} = \frac{-24}{-4}$$
$$Q = 6$$
$$P = 2Q + 6$$
$$P = 2(6) + 6$$
$$P = 18$$

$\therefore$ *titik keseimbangan pasar sebelum pajak* $E_1(Q_1, P_1) = (6,18)$

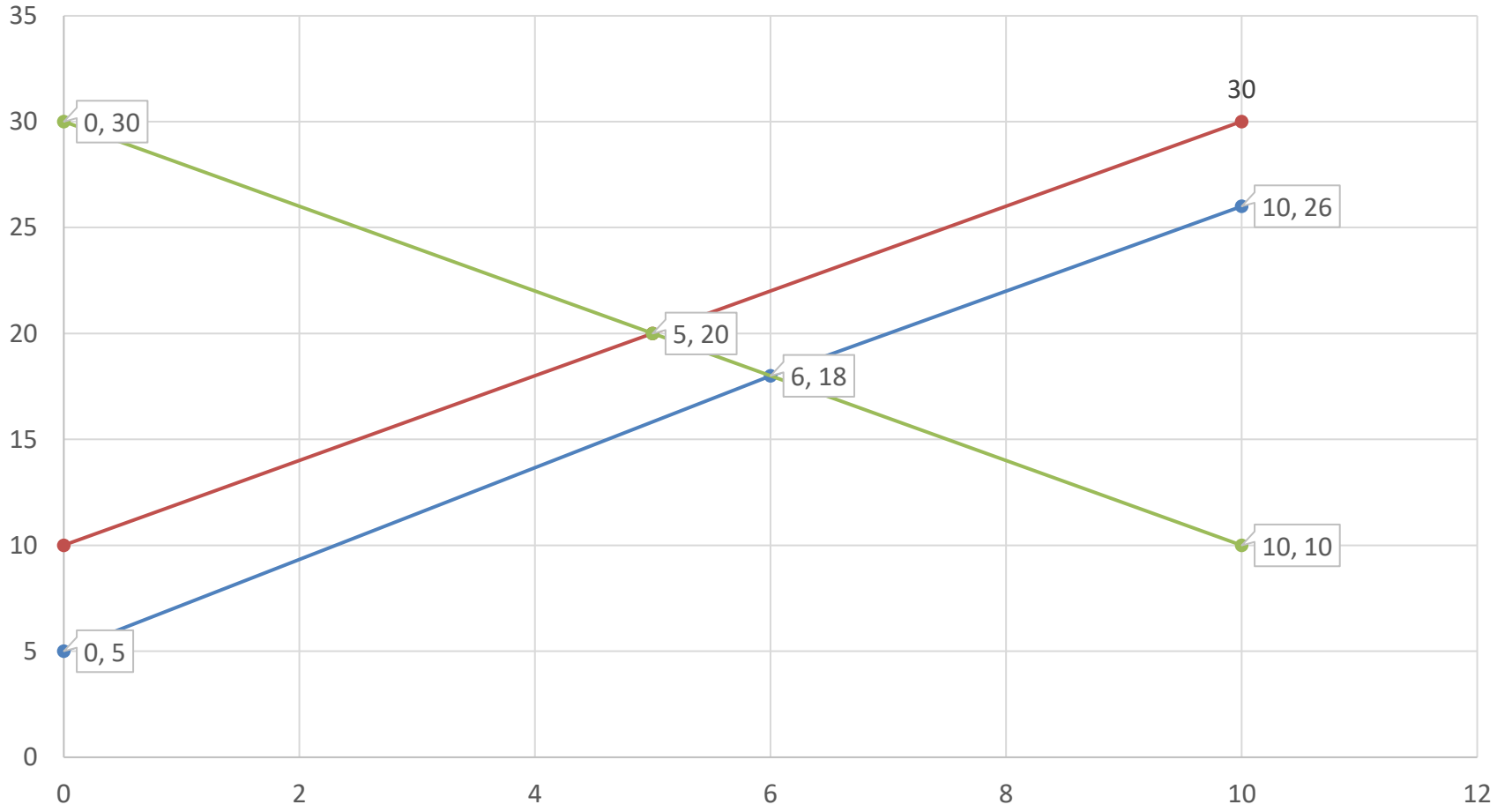
Copyright © March 2024

- Harga dan jumlah keseimbangan sesudah pajak

$P_s = 2Q_s + 6 \rightarrow P_s = 2Q_s + 6 + 4 = 2Q_s + 10$

$$P_d = P_s$$
$$-2Q_d + 30 = 2Q_s + 10$$
$$-2Q - 2Q = 10 - 30$$
$$-4Q = -20$$
$$\mathrm{Q} = \frac{-20}{-4}$$
$$Q = 5$$
$$P = 2Q + 10$$
$$P = 2(5) + 10$$
$$P = 20$$
$$\therefore titik\ keseimbangan\ pasar\ sesudah\ pajak\ E_2(Q_2, P_2) = (5{,}20)$$

Copyright © March 2024



Copyright © March 2024

c. Pajak per unit yang ditanggung oleh konsumen:

$t_k = P_2 - P_1 = 20 - 18 = 2$

Pajak per unit yang ditanggung oleh produsen:

$$t_p = t - t_k = 4 - 2 = 2$$

d. Total pajak yang ditanggung oleh konsumen:

$$T_k = Q_2 . t_k = 5 \ x \ 2 = 10$$

Total pajak yang ditanggung oleh produsen

$$T_p = Q_2 . t_p = 5 \ x \ 2 = 10$$

e. Total pajak yang diterima pemerintah:

$$T = Q_2 . t = 5 \ x \ 4 = 20$$

Copyright © March 2024

Pengaruh Subsidi terhadap Keseimbangan Pasar

Jika pemerintah memberikan subsidi sebesar s per unit terhadap suatu barang atau jasa maka

1. Fungsi Penawaran akan berubah sebelum subsidi $S_1 \rightarrow P = f(Q)\ atau\ Q = f(P)$ setelah subsidi $S_2 \rightarrow P = f(Q) - s\ atau\ Q = f(P + s)$
2. Titik keseimbangan pasar akan berubah sebelum subsidi : $E_1(Q_1, P_1)$ setelah subsidi : $E_2(Q_2, P_2)$
3. Kurva Penawaran S_2bergeser ke bawah dan sejajar dengan S_1
4. subsidi per unit yang diterima oleh konsumen: $s_k = P_1 - P_2$

Copyright © March 2024

Pengaruh Subsidi terhadap Keseimbangan Pasar

Jika pemerintah memberikan subsidi sebesar s per unit terhadap suatu barang atau jasa maka

5. subsidi per unit yang diterima oleh produsen: $s_p = s - s_k$
6. Total subsidi yang diterima oleh konsumen: $S_k = Q_2 . s_k$
7. Total subsidi yang diterima oleh produsen $S_p = Q_2 . s_p$
8. Total subsidi yang diberikan pemerintah: $\mathrm{S} = Q_2 . s$

Copyright © March 2024

Contoh subsidi

Fungsi permintaan suatu barang ditunjukkan oleh persamaan $P_d = -4Q_d + 45$, sedangkan fungsi penawarannya $P_s = Q_s + 5$. apabila pmerintah memberikan subsidi sebesar 4 rupiah per unit terhadap barang tersebut, tentukan:

a. Harga dan jumlah keseimbangan sebelum dan sesudah subsidi
b. kurva permintaan dan Penawaran sebelum dan sesudah subsidi
c. Subsidi per unit yang diperoleh oleh konsumen dan produsen
d. Total subsidi yang diperoleh oleh konsumen dan produsen
e. Total subsidi yang diberikan pemerintah

Copyright © March 2024

Diketahui: $P_d = -4Q_d + 45$ dan $P_s = Q_s + 5$

Harga dan jumlah keseimbangan sebelum subsidi

$$P_d = P_s$$
$$-4Q_d + 45 = Q_s + 5$$
$$-4Q - Q = 5 - 45$$
$$-5\mathrm{Q} = -40$$
$$Q = 8$$
$$P = Q + 5$$
$$P = 8 + 5$$
$$P = 13$$

$\therefore$ *titik keseimbangan pasar sebelum pajak* $E_1(Q_1, P_1) = (8,13)$

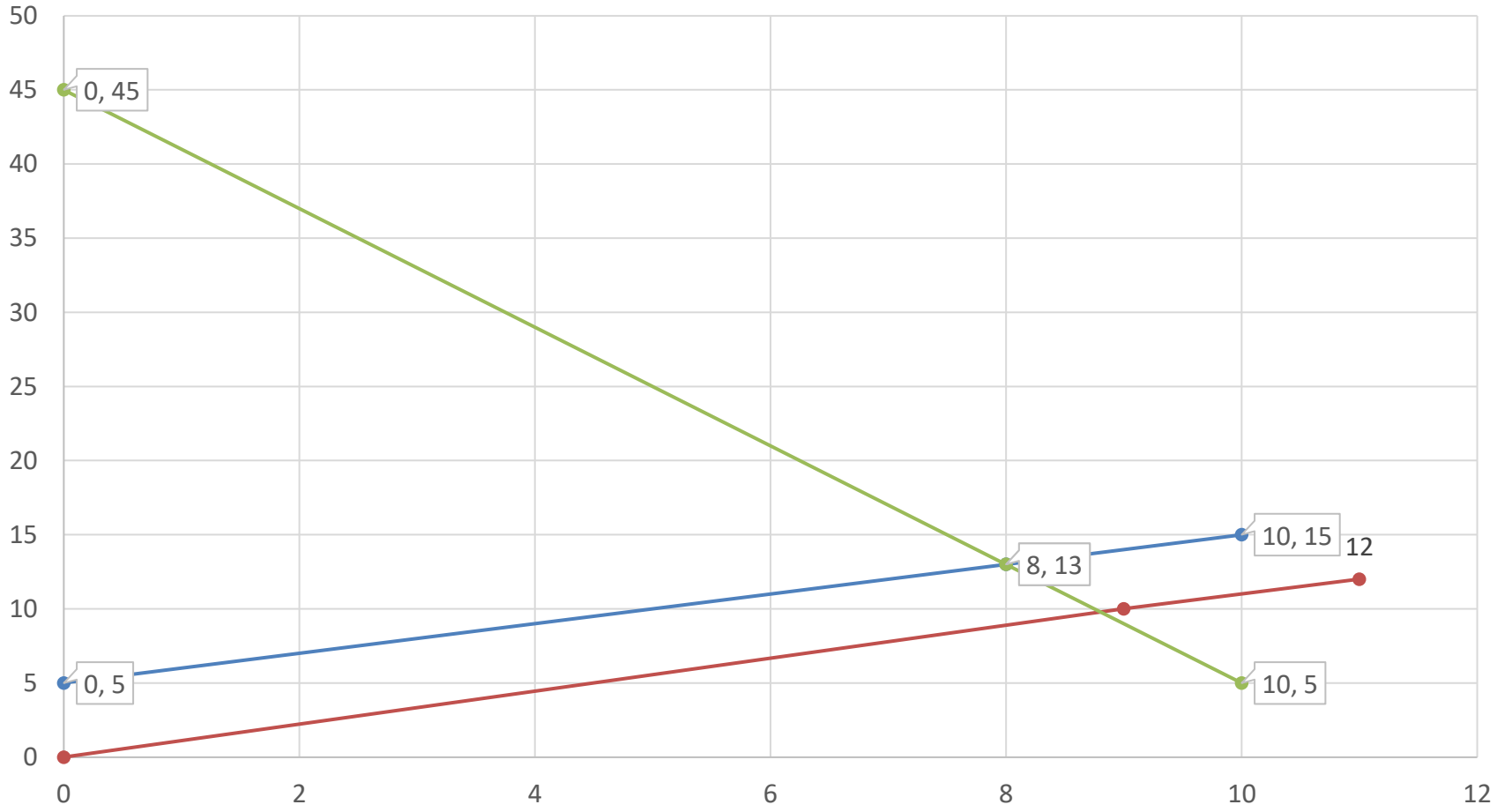
Copyright © March 2024

- Harga dan jumlah keseimbangan sesudah subsidi

$P_s = Q_s + 5 \rightarrow P_s = Q_s + 5 - 4 = Q_s + 1$

$$P_d = P_s$$
$$-4Q_d + 45 = Q_s + 1$$
$$-4Q - Q = 1 - 45$$
$$-5Q = -44$$
$$\mathrm{Q} = \frac{-44}{-5}$$
$$Q = 8\frac{4}{5} = 9$$
$$P = Q + 1$$
$$P = 9 + 1$$
$$P = 10$$
$$\therefore titik\ keseimbangan\ pasar\ sesudah\ subsidi\ E_2(Q_2, P_2) = (9,10)$$

Copyright © March 2024



Copyright © March 2024

c. subsidi per unit yang ditanggung oleh konsumen:

$$s_k = P_1 - P_2 = 13 - 10 = 3$$

subsidi per unit yang ditanggung oleh produsen:

$$s_p = s - s_k = 4 - 3 = 1$$

d. Total psubsidi yang diterima oleh konsumen:

$$S_k = Q_2 . s_k = 9 \ x \ 3 = 27$$

Total subsidi yang diterima oleh produsen

$$S_p = Q_2 . s_p = 9 \ x \ 1 = 9$$

e. Total subsidi yang diberikan pemerintah:

$$S = Q_2 . s = 9 \ x \ 4 = 36$$

Copyright © March 2024

Fungsi konsumsi dan Tabungan

Hubungan antara pendapatan, konsumsi dan tabungan dinyatakan dengan:

$$Y = C + S$$

Dengan :

Y : Besarnya pendapatan (income)

C: Pengeluaran untuk konsumsi

S: alokasi untuk tabungan (saving)

Copyright © March 2024

Adapun hubungan fungsional antara besarnya konsumsi dengan pendapatan dapat dinyatakan dengan fungsi linear berikut:

$$C = f(Y) = a + bY \;\; (a > 0 \; dan \; b > 0)$$

Dengan:

C = pengeluaran untuk konsumsi

a = konstanta yang menyatakan besarnya konsumsi pada saat pendapatan nol (konsumsi otonom)

b = koefisien yang menyatakan Hasrat konsumsi marginal

$$b = MPC = \frac{\Delta C}{\Delta Y}$$

Dengan :

$$\Delta C = pertambahan \; konsumsi$$
$$\Delta Y = pertambahan \; pendapatan$$

Copyright © March 2024

a = APC - MPC

Y = C + S

S = Y - C

S = Y - (a + bY)

S = Y - a - bY

S = -a + (1 - b)Y

$$(1 - b) = MPS = \frac{\Delta S}{\Delta Y}$$

engan :

$\Delta S = pertambahan\ tabungan$

$\Delta Y = pertambahan\ pendapatan$

MPC + MPS = 1

MPC = 1 - MPS

MPS = 1 - MPC

Y = C

Copyright © March 2024

contoh

Diketahui fungsi konsumsi C = 15 + 0,5Y tentukanlah:

a. Besar konsumsi saat S =0

b. Grafik fungsi konsumsi dan tabungan

Jawab:

a. Berdasarkan C = 15 + 0,5Y diperoleh a = 15 dan b = 0,5

S = -15 +(1 - b)Y

S = -15 + (1 - 0,5)Y

S = -15 + 0,5Y

Besarnya konsumsi saat S = 0

S = -15 + 0,5Y

0 = -15 + 0,5Y

15 = 0,5Y

Y = 30

KarenaY = S + C → $Y = 0 + C, Y = C$

Copyright © March 2024