Matriks

Matematika Ekonomi

Pertemuan 9

Copyright © March 2024

Definisi matriks

Matrik adalah himpunan bilangan atau symbol yang disusun menurut baris dan kolom yang membentuk persegi Panjang dan dibatasi oleh sepasang tanda kurung.

Matriks A yang berisi elemen-elemen aij memiliki bentuk standar

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2n} \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Dimensi atau ukuran suatu matriks ditentukan oleh jumlah baris dan jumlah kolom matriks tersebut. Berikut contoh matriks dan dimensi

Copyright © March 2024

Matrik khusus

Vektor

Vektor baris: sebuah matriks yang hanya memiliki sebuah baris dan ditulis dengan tanda panah di atasnya, vector baris B dengan n buah elemen, memiliki dimensi (1 x n) dengan bentuk stadar:

$$\vec{B} = (b11 \quad b12 \quad b1n)$$

Contoh: vector baris $\vec{B} = (2 \quad -3 \quad 7)$

Copyright © March 2024

Matrik khusus

Vektor

Vektor kolom: sebuah matriks yang hanya memiliki sebuah kolom dan ditulis denggan tanda panah di atasnya. Vektor kolom K dengan m buah elemen, memiliki dimensi (m X 1) dengan bentuk standar

$$\vec{K} = \begin{bmatrix} k_{11} \\ k_{21} \\ k_{m1} \end{bmatrix}$$

Contoh:

$$\vec{K} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix}$$

Copyright © March 2024

Matriks bujur sangkar

Matriks bujur sangkar: sebuah matriks yang memiliki jumlah baris sama dengan jumlah kolom. Matriks bujur sangkar S dengan elemen S_{ij} dan berdimensi nxn memiliki bentuk standar

$$S = \begin{bmatrix} s_{12} & s_{12} & s_{1n} \\ s_{21} & s_{22} & s_{2n} \\ s_{m1} & s_{m2} & s_{mn} \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$$

Copyright © March 2024

Matriks Identitas

Matriks identitas: sebuah matriks bujur sangkar dimana sepanjang (seluruh) elemen diagonal utamanya bernilai 1, dan elemen-elemen yang lainnya sama dengan nol. Matriks identitas disebut juga matriks satuan

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Copyright © March 2024

Matriks Transpose

Matrik transpose: ubahan dari matriks awal, dimana unsur barisnya menjadi kolom dan unsur kolomnya menjadi baris

$$A^T = (a_{ij})^T = (a_{ji})$$

Contoh:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \; A^T = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix} \; B^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 3 & 1 & 6 \\ 4 & 1 & 7 \end{bmatrix}$$

Copyright © March 2024

Matriks simetris

Suatu matriks bujur sangkar dikatakan simetris, jika awal sama dengan matriks transposenya atau $A = A^T \quad a_{ij} = a_{ji}, untuk\ setiap\ i, j$

Contoh:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 7 \\ 4 & 7 & 5 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 7 \\ 4 & 7 & 5 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 7 \\ 4 & 7 & 5 \end{bmatrix}$$

Copyright © March 2024

Hukum transposisi Matriks

$$(A^T)^T = A$$
$$(A^T + B^T)^T = A + B$$
$$(\alpha A)^T = \alpha A^T$$
$$(AB)^T = B^T . A^T$$

Hukum perkalian Matriks

(AB) C = A (BC)

A (B+C) = AB + AC

(A + B)C = AC +BC

Copyright © March 2024

Operasi matriks

a. Penjumlahan dan pengurangan

$$A_{mxn} \pm B_{pxq} = C_{mxn} = C_{pxq}$$

Contoh:

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 6 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+1=5 & 2+7=9 \\ 3+6=9 & 5+0=5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 6 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4-1=3 & 2-7=-5 \\ 3-6=-3 & 5-0=5 \end{bmatrix}$$

Copyright © March 2024

Operasi matriks

a. Perkalian dua buah matriks

Jika C = AB, elemen-elemen c_{ij}didapat dari inner produk AB, yaitu baris ke I matriks A dengan kolom ke J matriks B

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ \boldsymbol{a_{21}} & \boldsymbol{a_{22}} & \boldsymbol{a_{23}} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & \boldsymbol{b_{12}} & b_{13} \\ b_{21} & \boldsymbol{b_{22}} & b_{23} \\ b_{31} & \boldsymbol{b_{32}} & b_{33} \end{bmatrix}$$

$$c_{22} = a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} + \cdots \ldots + a_{2n}b_{p2}$$

$$c_{ij} = \sum a_{ik}b_{kj}$$

Contoh: $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 6 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4(1) + 2(6) = 16 & 4(7) + 2(0) = 28 \\ 3(1) + 5(6) = 33 & 3(7) + 5(0) = 21 \end{bmatrix}$

Copyright © March 2024

Operasi matriks

- Menghitung perkalian matriks dengan scalar, k

Jika A sebuah matriks dikalikandengan k bilangan konstan maka $kA = k(a_{ij})$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \text{ dan } B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}; \alpha = -2$$

$a. \quad \alpha A$

$$-2 \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & -6 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

Copyright © March 2024