Persamaan dan Pertidaksamaan

Pertemuan 3

Copyright © March 2024

Kalimat Matematika

Kalimat dalam matematika dibedakan menjadi kalimat pernyataan dan kalimat terbuka.

1. Kalimat pernyataan: kalimat yang dapat ditentukan nilai kebenarannya (bernilai benar atau salah)
   a) Contoh: bandung adalah ibukota province jawa barat (pernyataan benar)
   b) Contoh: gunung soputan terletak di banten (pernyataan salah)
2. Kalimat terbuka: kalimat yang memuat variable dan belum diketahui nilai kebenarannya.
   a) Perhatika kalimat $x^2 = 16$ jika variable x diganti dengan -4 dan 4, maka kalimat $x^2 = 16$ akan bernilai benar. Dalam hal ini x = -4 atau x = 4 adalah penyelesaian dari kalimat terbuka $x^2 = 16$, jadi himpunan penyelesaian dari kalimat $x^2 = 16$ adalah (-4,4)

Copyright © March 2024

persamaan

1. Persamaan linear satu variable (PLSV): kalimat terbuka yang dihubungkan oleh tanda sama denga (=) dan hanya mempunyai satu variable berpangkat satu, contoh: $5x - 3 = 10$
2. Sistem persamaan linear dua variable (SPLDV): suatu persamaan yang mengandung dua variable berpangkat satu dan tidak mengandung perkalian antara kedua variable tersebut, contoh: $2x + y = 15$ dan $x + y = 20$
3. Sistem persamaan linear tiga variable (SPLTV): suatu persamaan yang mengandung tiga variable berpangkat satu dan tidak mengandung perkalian antara ketiga variable tersebut, contoh: $x + y + x = 15$, $x + 2y - 2z = 10$

Copyright © March 2024

contoh

Tentukan himpunan penyelesaian persamaan 4x - 3 = 3x + 5, jika x variable pada himpunan bilangan bulat!

Jawab:

$4x - 3 = 3x + 5$

$4x - 3 + 3 = 3x + 5 + 3$ (kedua ruas di tambah 3)

$4x = 3x + 8$

$4x - 3x = 3x - 3x + 8$ (kedua ruas di kurangi 3x)

$x = 8$

Jadi himpunan penyelesaian persamaan 4x - 3 = 3x + 5 adalah {8}

Copyright © March 2024

Metode grafik

Untuk menyelesaikan SPDLV dengan metode grafik, gambarkanlah kedua persamaan linear dalam bidang koordinat kartesius, kemudian tentukanlah titik potong kedua garis tersebut.3. Perpotongan kedua garis tersebut merupakan penyelesaian dari SPDLV. Hubungan kedua garis lurus memiliki tiga kemungkinan:

1. Kedua garis berpotongan; $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$
2. Kedua garis sejajar; jika kedua garis sejajar maka system persamaan linear tidak mempunyai penyelesaian, cirinya; $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

Kedua garis berhimpit; jika kedua garisberhimpit maka system persamaan linear mempunyai tidak terhingga banyaknya penyelesaian, cirinya; $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

Copyright © March 2024

Metode eliminasi

Menghilangkan salah satu variable agar diperoleh persamaan linear dengan satu variable

Contoh: tentukan himpunan penyelesaian dari system persamaan 3x + 2y = 19 dan 2x - y = 8

Jawab:

3x + 2y = 19 |x1| 3x + 2y = 19

2x - y = 8 |x2| 4x - 2y = 16

---------- +

7x = 35

x = 5

Substitusikan nilai x = 5 ke dalam salah satu persamaan

2x - y = 8

2(5) - y = 8

10 - y = 8

Y = 10 - 8

Y = 2

Dengan menggunakan metode gabungan diperoleh x = 5 dan y = 2, jadi himpunan penyelesaiannya adalah (5, 2)

Copyright © March 2024

Metode Determinasi

tentukan himpunan penyelesaian dari system persamaan 3x + 2y = 19 dan 2x - y = 8 dengan menggunakan metode determinasi

Jawab:

Diketahui
3x + 2y = 19
2x - y = 8

Berdasarkan rumus determinasi, maka;

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 3(-1) - 2(2) = -3 - 4 = -7$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 19 & 2 \\ 8 & -1 \end{vmatrix} = 19(-1) - 8(2) = -19 - 16 = -35$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 3 & 19 \\ 2 & 8 \end{vmatrix} = 3(8) - 2(19) = 24 - 38 = -14$$

Dengan demikian

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{-35}{-7} = 5 \text{ dan } y = \frac{D_y}{D} = \frac{-14}{-7} = 2$$

Copyright © March 2024

Sistem persamaan linear 3 variabel

Tentukanlah himpunan penyelesaian berikut

$x + y - z = 24$ ...(1)

$2x - y + 2z = 4$ ...(2)

$x + 2y - 3z = 36$ ...(3)

Berdasarkan persamaan 1 dan 2 eliminasikan y

$x + y - z = 24$

$2x - y + 2z = 4$

---------- +

$3x + z = 28$ ....(4)

Berdasarkan persamaan 2 dan 3 eliminasikan y

$2x - y + 2z = 4 \quad |x2|$ $\qquad 4x - 2y + 4z = 8$

$x + 2y - 3z = 36 \quad |x1|$ $\qquad x + 2y - 3z = 36$

----------+

$5x + z = 44$ ....(5)

Berdasarkan persamaan 4 dan 5 eliminasikan z

$3x + z = 28$

$5x + z = 44$

---------- -

$-2x = -16$

$x = 8$

Copyright © March 2024

Sistem persamaan linear 3 variabel

Substitusikan nilai x = 8 ke persamaan (4) atau (5). Misalkan kita pilih persamaan (4)

$3x + z = 28$
$3(8) + z = 28$
$24 + z = 28$
$z = 28 - 24$
$z = 4$

Selanjutnya substitusikan nilai x = 8 dan z = 4 ke salah satu persamaan (1),(2) atau (3). Misalkan kita memilih persamaan (1)

$x + y - z = 24$
$8 + y - 4 = 24$
$y = 24 - 8 + 4$
$y = 20$

Jadi himpunan penyelesaian dari SPLTV tersebut adalah {8,20,4}

Copyright © March 2024

Pertidaksamaan Linear

1. Pertidaksamaan linear satu variable; pertidaksamaan yang hanya mempunyai satu variable dan berpangkat satu (linear)
   a) Contoh: 5x > 30
   $b)\ 7p + 10 \leq 15$
2. Pertidaksamaan kuadarat bentuknya;
   $a)\ ax^2 + bx + c \geq 0$
   $b)\ ax^2 + bx + c \leq 0$
   $c)\ ax^2 + bx + c > 0$
   $d)\ ax^2 + bx + c < 0$
   $e)\ a, b, c\ \varepsilon\ R, a \neq 0$

Copyright © March 2024

contoh

Himpunan penyelesaian dari $2x - 4 \leq 8 - x, untuk\ x\ \varepsilon\ bilangan\ asli$ adalah

Jawab:

$$2x - 4 \leq 8 - x$$
$$2x + x \leq 8 + 4$$
$$3x \leq 12$$
$$x \leq 4$$

Jadi himpunan penyelesaian $2x - 4 \leq 8 - x$ adalah x = {1,2,3,4}

Copyright © March 2024

Tentukan himpunan penyelesaian dari $x^2 - 10x + 21 < 0, x \epsilon R$

Jawab

$$x^2 - 10x + 21 = 0$$
$$(x - 7)(x - 3) = 0$$
$$x = 7 \text{ dan } x = 3$$

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah $\{x|3 < x < 7, x \epsilon R\}$

Copyright © March 2024