Pertemuan 13

Integral Tak Tentu dan penerapannya

Copyright © March 2024

Bentuk umum integrak tak tentu

Bentuk umum integral dari f(x) adalah

$$\int f(x) = F(x) + k$$

$$\int f(u) = F(u) + k$$

Copyright © March 2024

Fungsi pangkat

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$ Dimana : $n \neq -1$

$\int x^n\, dx = \int x^{-1} dx = \ln|x| + c$ Dimana n = -1

Contoh:

$$\int \sqrt{x} dx = \int x^{1/2} dx = [\frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + c = \left(\frac{2x^{1\frac{1}{2}}}{3}\right) + c$$

Copyright © March 2024

Fungsi konstan

$$\int k\,dx = k\int dx = kx + c \text{ dimana } k \neq 0, k\ bilangan\ konstan$$

Contoh:

$$\int 1/2dx = \frac{1}{2\int dx} = \frac{1}{2x} + c$$

Copyright © March 2024

Jumlah dua fungsi

$$\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$$

Contoh:

$$\int (3x^2 + 2x)dx = \int 3x^2 dx + \int 2x\, dx = x^3 + x^2 + c$$

Copyright © March 2024

Fungsi eksponensial

$$y = a\,e^x + c, c \;\; bilangan\ konstan$$
$$dy/dx = e^x$$
$$dy = e^x dx$$
$$y = \int dy = \int e^x dx \int e^x dx = e^x + c$$

Contoh:

$$\int (2e^x + 4)dx = \int 2e^x dx + \int 4\,dx = 2e^x + 4x + c$$

Copyright © March 2024

Fungsi logaritma

$$\int \frac{1}{x} dx = lnx + c$$

Contoh:

$$\int {}^{5}/_{(5x+4)}\, dx = \int 5\, dx/(5x+4) = ln(5x+4) + c$$

Copyright © March 2024

Latihan Soal 1

Diketahui Biaya Marjinal: $MC = 3Q^2 - 6Q + 4$
Tentukan persamaan Biaya Total & Biaya Rata-ratanya.

Jawaban

Biaya Total:

$$C = \int MC\, dQ$$
$$= \int (3Q^2 - 6Q + 4)\, dQ$$
$$= 3Q^3/3 - 6Q^2/2 + 4Q + k$$
$$= Q^3 - 3Q^2 + 4Q + k$$

Catatan:
Konstanta k adalah
Biaya Tetapnya (FC)

Biaya Rata-rata:

$$AC = C/Q$$
$$= (Q^3 - 3Q^2 + 4Q + k)/Q$$
$$= Q^2 - 3Q + 4 + k/Q$$

Copyright © March 2024

Latihan Soal 2

Diketahui Penerimaan Marjinal: MR = 16 – 4Q
Tentukan persamaan Penerimaan Total & Penerimaan Rata-ratanya.

Jawaban

Penerimaan Total:

$R = \int MR\, dQ$

$= \int (16 - 4Q)\, dQ$

$= 16Q - 4Q^2/2 + k$

$= 16Q - 2Q^2$

Catatan:
Konstanta k dalam persamaan penerimaan total = 0

Penerimaan Rata-rata:

$AR = R/Q$

$= (16Q - 2Q^2)/Q$

$= 16 - 2Q$

Copyright © March 2024

Latihan Soal 3

Diketahui Utilitas Marjinal: MU = 90 – 10Q
Tentukan persamaan Utilitas Totalnya.

Jawaban

Utilitas Total:

$$U = \int MU \, dQ$$

$$= \int (90 - 10Q) \, dQ$$

$$= 90Q - 10Q^2/2 + k$$

$$= 90Q - 5Q^2$$

Catatan:
Konstanta k dalam persamaan utilitas total = 0

Copyright © March 2024

Latihan Soal 4

Diketahui Produk Marjinal: $MP = 18X - 3X^2$
Tentukan persamaan Produk Total & Produk Rata-ratanya.

Jawaban

Produk Total:

$$P = \int MP\, dX$$
$$= \int (18X - 3X^2)\, dX$$
$$= 18X^2/2 - 3X^3/3 + k$$
$$= 9X^2 - X^3$$

Catatan:
Konstanta k dalam persamaan produk total = 0

Produk Rata-rata:

$$AP = P/X$$
$$= (9X^2 - X^3)/X$$
$$= 9X - X^2$$

Copyright © March 2024

Latihan Soal 5

Diketahui:

autonomous consumption = 30 Milyar & MPC = 0,8

Tentukan fungsi konsumsi & fungsi tabungan masyarakat.

Jawaban

Fungsi Konsumsi:

$C = \int MPC\, dY$

$= \int 0{,}8\, dY$

$= 0{,}8Y + k_c$

$= 0{,}8Y + 30$ Milyar

Catatan:
Konstanta k_c dalam fungsi konsumsi adalah *autonomous consumption*

MPS = 1 – MPC = 1 – 0,8 = 0,2

Fungsi Tabungan:

$S = \int MPS\, dY$

$= \int 0{,}2\, dY$

$= 0{,}2Y + k_s$

$= 0{,}2Y - 30$ Milyar

Catatan:
Konstanta k_s dalam fungsi tabungan adalah *autonomous saving* = $-k_c$

Copyright © March 2024